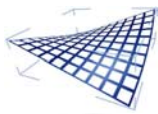


Fractais

Modelação Gráfica e Procedimental

mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

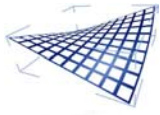


Fractais

- **Definição:**

- **Fractal** - *Term coined by Benoit Mandelbrot in 1975, referring to objects built using recursion, where some aspect of the limiting object is infinite and another is finite, and where at any iteration, some piece of the object is a scaled down version of the previous iteration*

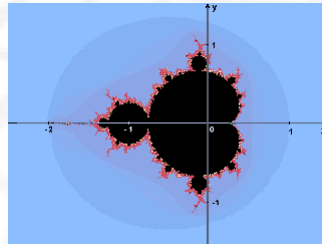
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



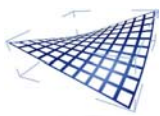
Fractais

- **Propriedades:**

- Auto-semelhança
- Construção Iterativa
- Dimensão Fractal



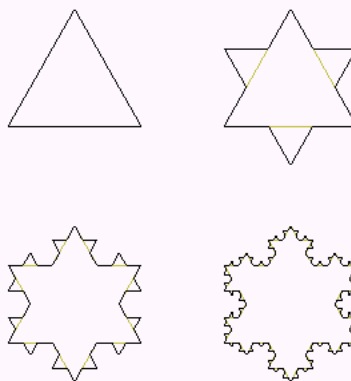
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



Fractais

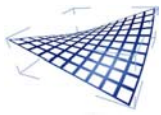
- **Propriedades:**

- Auto-semelhança
- Construção Iterativa



Koch Snowflake

mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho




Fractais

- **Propriedades: Dimensão Fractal**

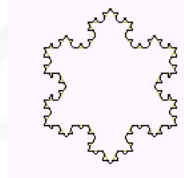
- dimensão: 0

- dimensão: 1

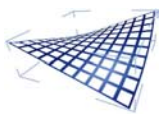
-  dimensão: 2

-  dimensão: 3

dimensão: ?



mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



Fractais

- **Cálculo da dimensão**

- figuras auto-selhantes:

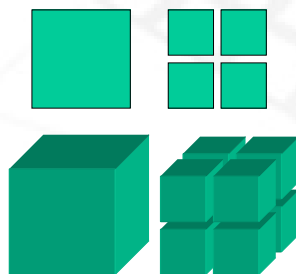
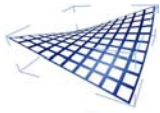


Figura	Dimensão	Cópias
segmento	1	$2 = 2^1$
quadrado	2	$4 = 2^2$
cubo	3	$8 = 2^3$

mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



Fractais

- Cálculo da dimensão: Dimensão de Hausdorff

$$\frac{\text{factor_de_multiplicação}}{\text{factor_de_contração}} = 2^d$$

$$4/3 = 2^d$$

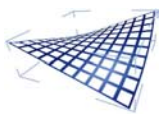
$$d = \ln(4/3)$$

$$d = 1.26$$

- Curva de Koch



mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

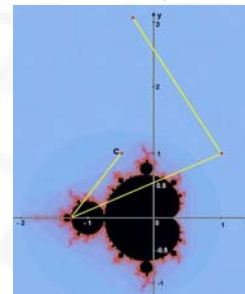
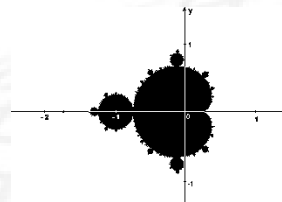
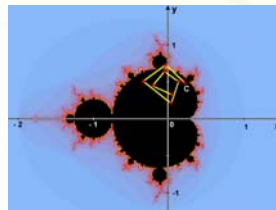


Fractais

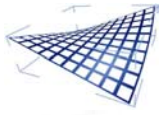
- Mandelbrot

$$Z_n = Z_{n-1}^2 + c$$

- Se um ponto c não divergir em n iterações então pertence ao conjunto de Mandelbrot.

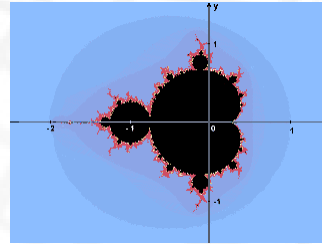


mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

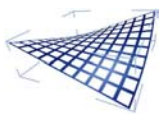


Fractais

- Mandelbrot
 - A côm é definida pelo número de iterações que cada ponto necessita para divergir.
 - Por divergir entende-se que a distância do ponto Z_n ao centro é superior a 2.

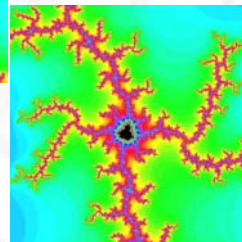
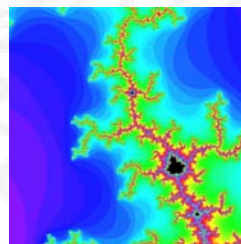
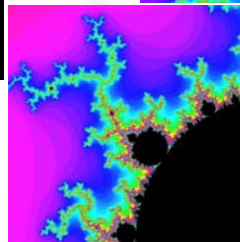
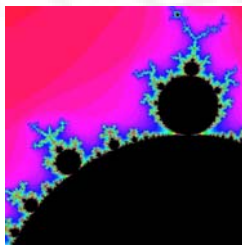


mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

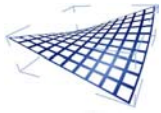


Fractais

- Mandelbrot



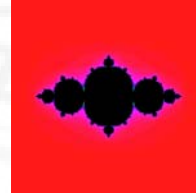
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



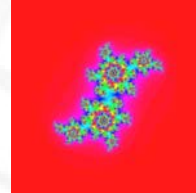
Fractais

- Julia
 - $Z_n = Z_{n-1}^2 + c$
 - Mesma formula que Mandelbrot, mas...
 - Z_0 é o ponto inicial
 - c é constante

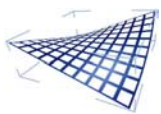
$c = -0.75 + 0i$



$c = 0.1445 - 0.5977i$

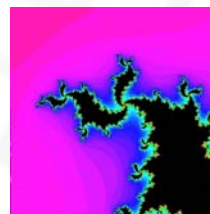
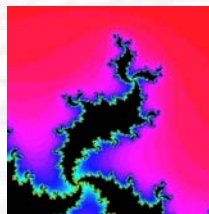
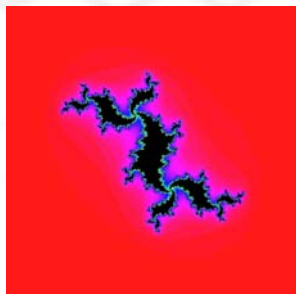


mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

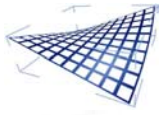


Fractais

- Julia



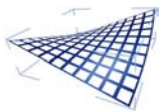
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



Fractais

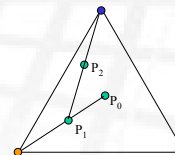
- Números complexos
 - Os fractais Mandelbrot e Julia são definidos no plano dos números complexos.
 - $z = a + bi$
 - $z_1 * z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) - (a_1b_2 + a_2b_1)i$
 - $z^2 = (a^2 - b^2) + (2ab)i$

mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

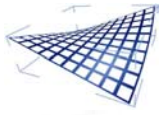


Fractais

- Serpinski Gasket
 - Jogo do Caos
 - Definir um triângulo em que cada vértice tem uma cor
 - Seleccionar um ponto aleatoriamente
 - Escolher uma cor aleatoriamente
 - Mover o ponto para a posição intermédio entre o ponto e o vértice da mesma cor
 - Repetir os 3 passos anteriores n vezes
 - Qual o padrão formado?



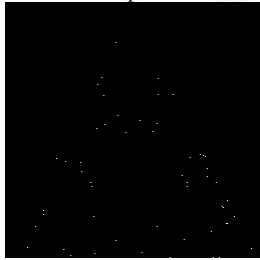
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



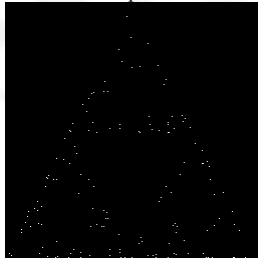
Fractais

- Serpinski Gasket - Resultados

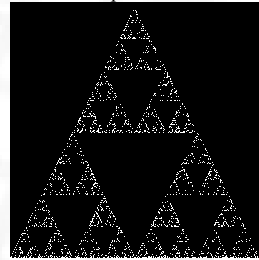
200 pontos



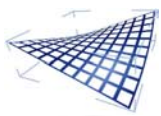
600 pontos



n pontos



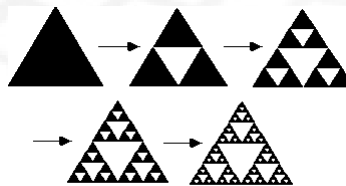
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



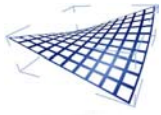
Fractais

- Serpinski Gasket

– Construção iterativa

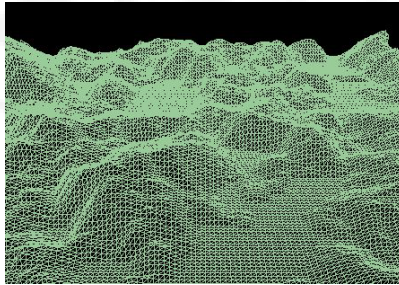


mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

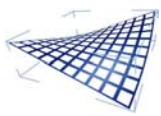


Fractais

- Modelação de Terrenos



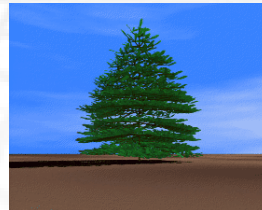
mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



Fractais

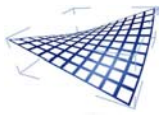
- Modelação da Natureza

– L - Systems



imagens obtidas em <http://www.ifl.unizh.ch/staff/noser/Limages.html>

mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho

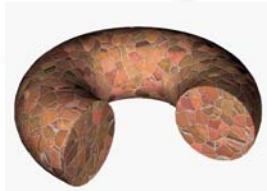


Fractais

- Texturas

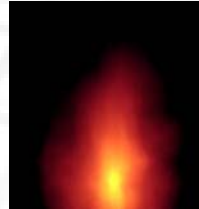


http://freespace.virgin.net/hugo.elias/models/m_perlin.htm

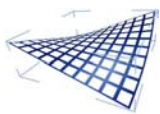


<http://graphics.lcs.mit.edu/~mcm/6.838j/worley/s8.html>

<http://users.starpower.net/larch78/assignment5final.html>



mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho



Fractais

- Referências

- <http://www.geocities.com/CapeCanaveral/2854/>
- <http://www.hyperdictionary.com/computing/fractal>
- <http://www.math.umass.edu/~mconnors/fractal/fractal.html>

mestrado em computação gráfica
e ambientes virtuais
universidade do minho