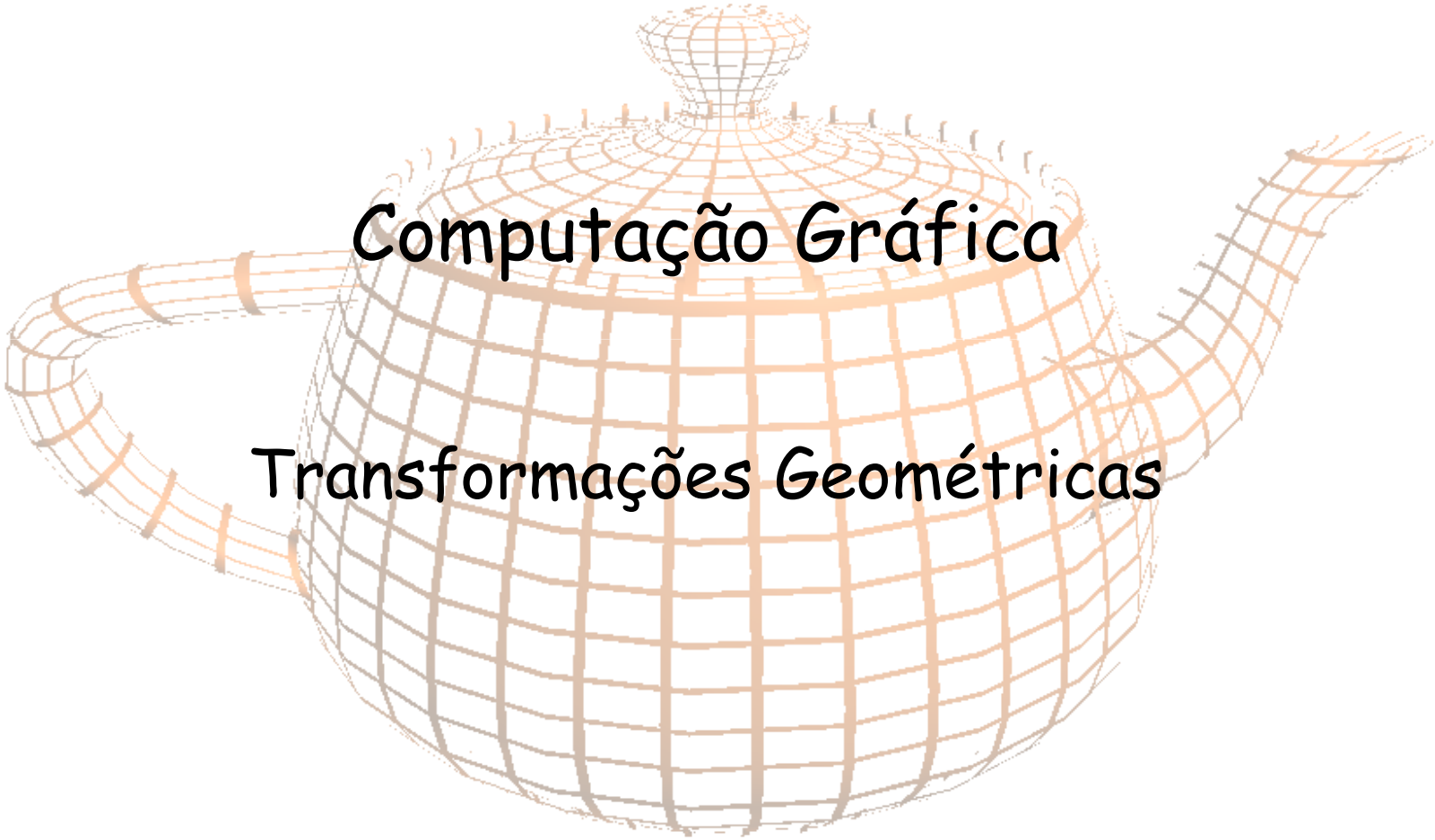
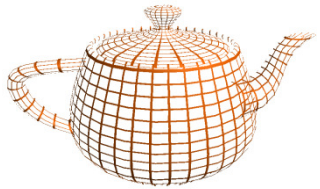


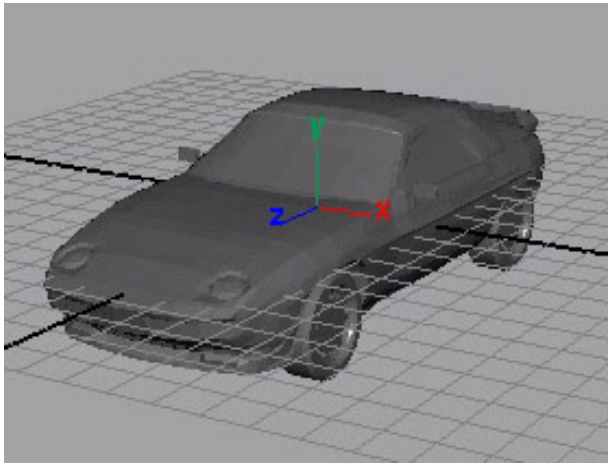
Computação Gráfica

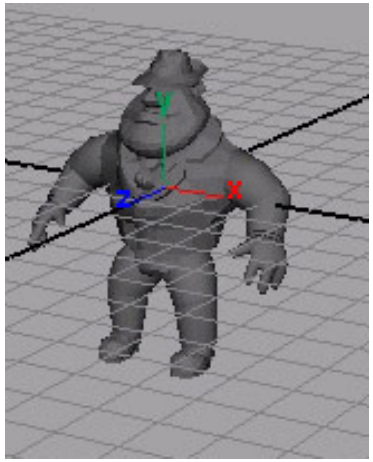
Transformações Geométricas

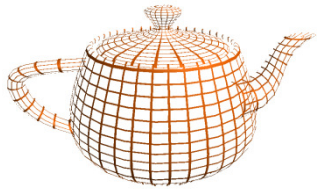


Sistemas de Coordenadas

- Object Space ou Modelling Space (Espaço local)
  - Este espaço é o sistema de coordenadas relativas a um objecto (ou grupo de objectos).
  - Permite-nos definir coordenadas relativas.

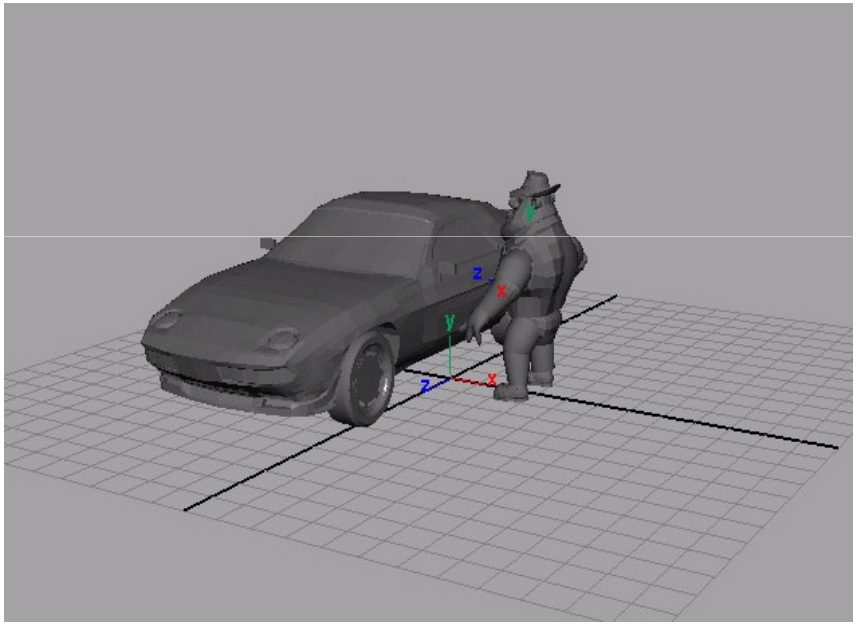


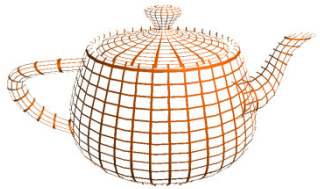




Sistemas de Coordenadas

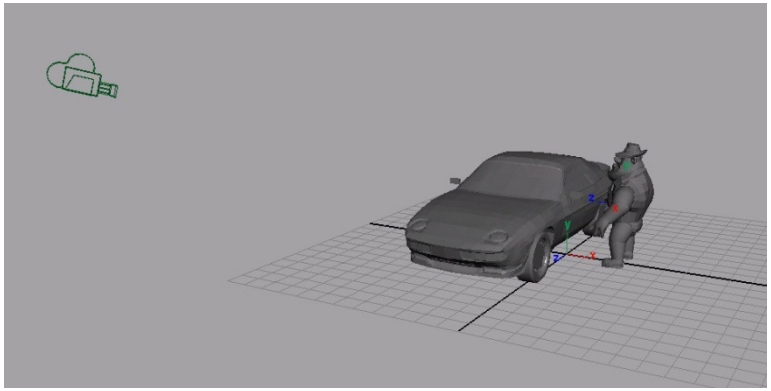
- World Space (Espaço Global)
  - Este espaço engloba todo o *universo* e permite-nos exprimir as coordenadas de forma *absoluta*.
  - É neste espaço que os modelos são compostos para criar o mundo virtual

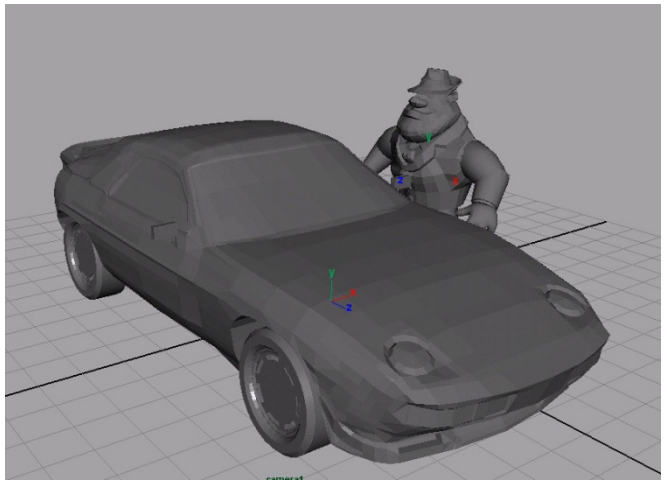


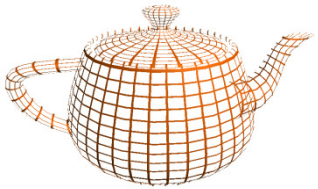


Sistemas de Coordenadas

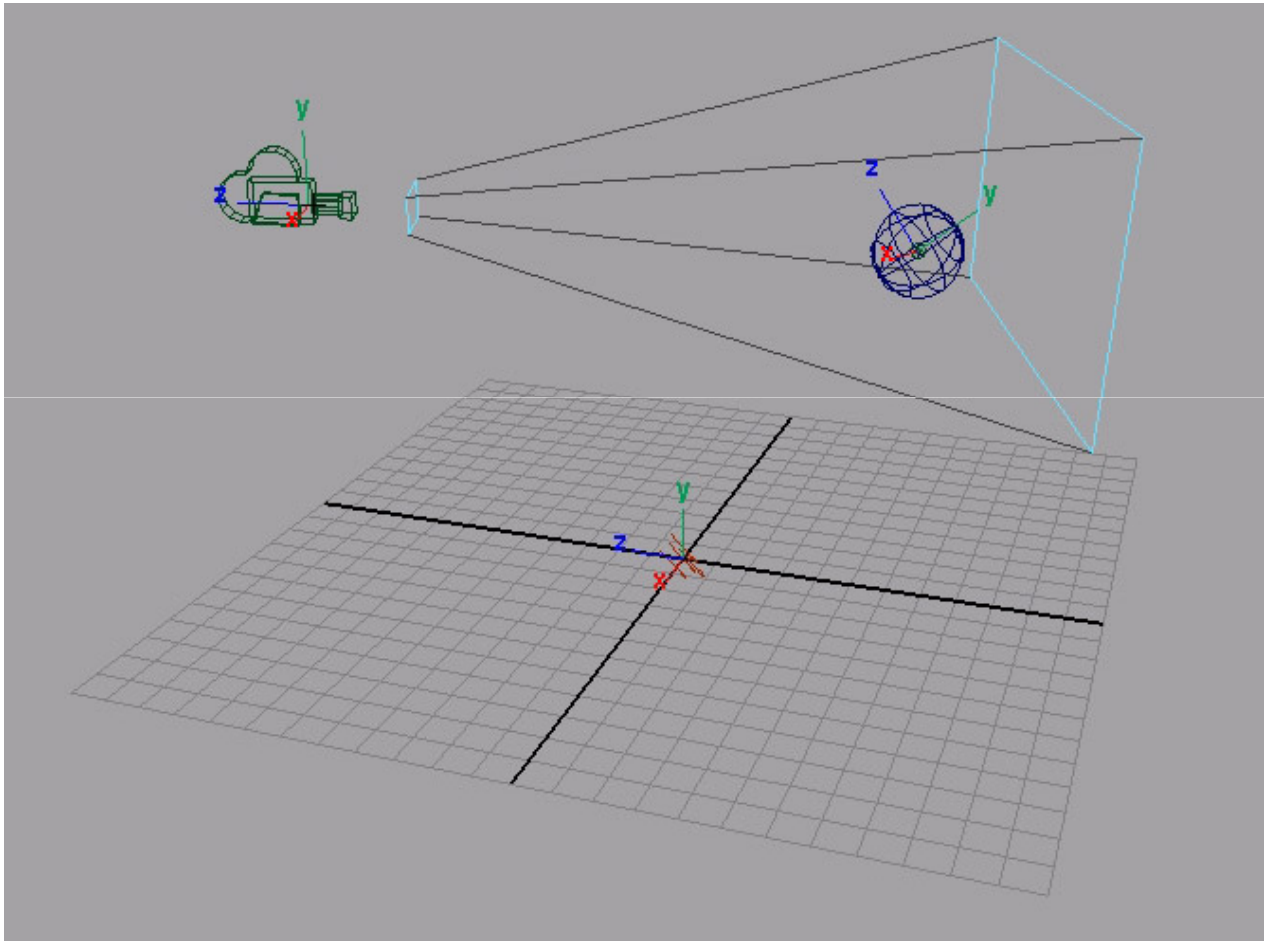
- Camera Space (Espaço da Câmara)
  - Este sistema de coordenadas esta associado ao observador, ou câmara.
  - A sua origem é a posição da câmara.
  - O seu sistema de eixos é determinado pela orientação da câmara.

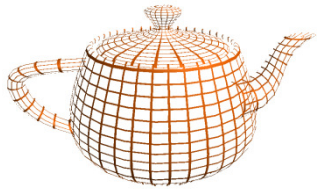






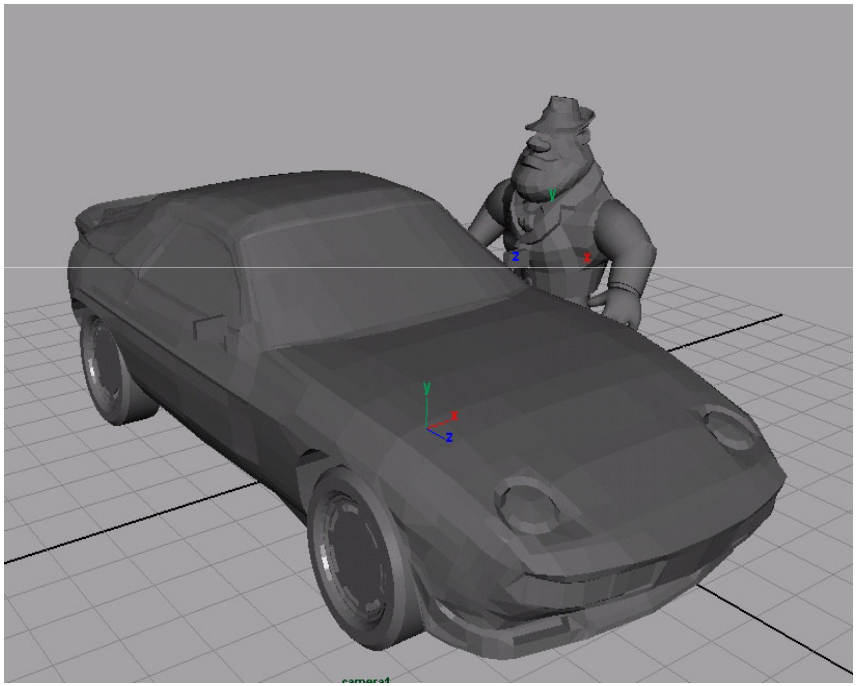
Sistemas de Coordenadas

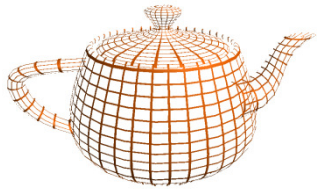




Sistemas de Coordenadas

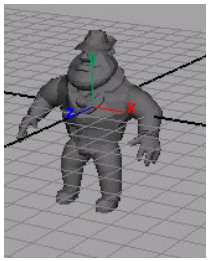
- Screen Space (Espaço do ecrã)
  - Espaço 2D onde é visualizado o mundo virtual

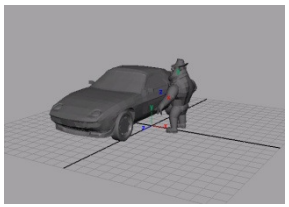




Sistemas de Coordenadas

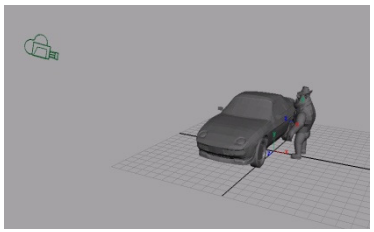
Object Space



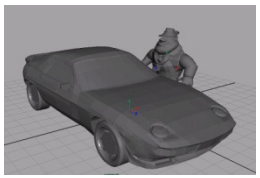


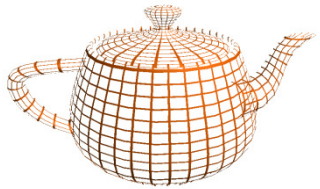
World Space

Camera Space



Screen Space





Vectores

- Magnitude

$$\| v \| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

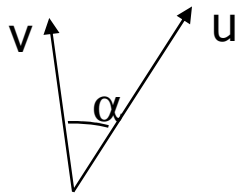
- Vector Normalizado (mag = 1)

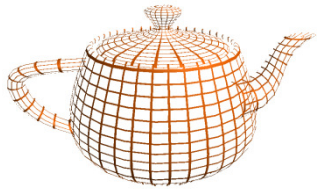
$$v_{norm} = \frac{v}{\| v \|}$$

- Produto Interno

$$v \bullet u = \sum_{i=1}^{3} v_i * u_i$$

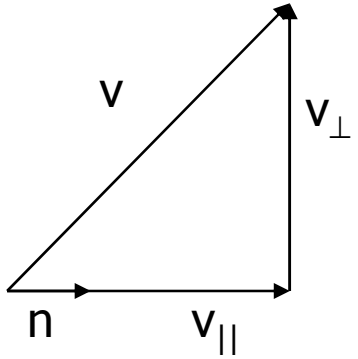
$$v \bullet u = \| v \| \times \| u \| \times \cos(\alpha)$$





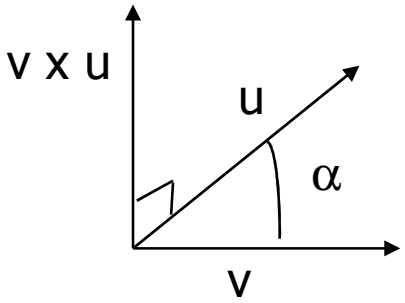
Vectores

- Projecção



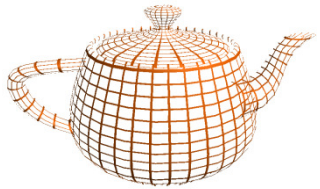
$$v_{||} = n\frac{v \bullet n}{||n||^2}$$

- Produto Externo



$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_y u_z - v_z u_y \\ v_x u_z - v_z u_x \\ v_x u_y - v_y u_x \end{bmatrix}$$

$$||\, v \times u \,|| = ||\, v \,|| \times ||\, u \,|| \times \sin(\alpha)$$



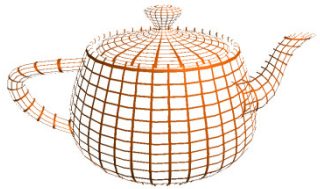
Transformações Geométricas

- Consideremos a matriz identidade e um ponto no sistema de coordenadas global

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- As coordenadas do ponto *a* podem ser expressas em função das colunas da matriz
- O ponto *a* é uma combinação linear dos vectores coluna da matriz

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = a_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + a_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + a_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



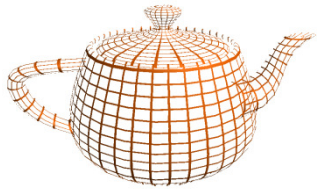
Transformações Geométricas

- Um triplo de vectores (u,v,w) pode definir um sistema de coordenadas 3D desde que sejam linearmente independentes.

- Um conjunto de 3 vectores é linearmente independente se nenhum dos vectores se puder escrever como uma combinação linear dos restantes,

- ou seja, não existe nenhuma combinação de números a1,a2,a3, sendo pelo menos um deles diferente de zero, tal que

$$a1v + a2u + a3w = 0$$

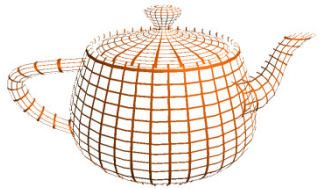


Transformações Geométricas

- Uma matriz invertível pode ser vista como uma transformação entre sistemas de coordenadas.

- Uma matriz invertível implica que os seus vectores (linha ou coluna) sejam linearmente independentes.

- Os vectores de uma matriz invertível representam um sistema de eixos, ou seja, um sistema de coordenadas.



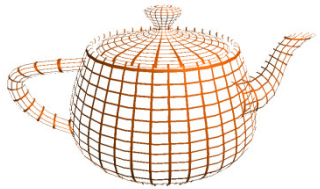
Transformações Geométricas

- Vejamos o que acontece quando os vectores unitários x,y,z são transformados por uma matriz arbitrária M invertível
- O resultado são as colunas da matriz M
- As colunas da matriz M formam os eixos de um sistema de coordenadas

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \\ m_{32} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \\ m_{33} \end{bmatrix}$$



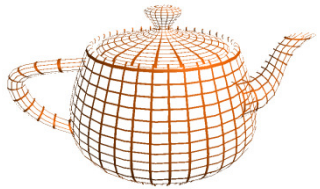
Transformações Geométricas

- Da mesma forma, assumindo que M é invertível, aplicar a inversa de M aos vectores coluna de M dá o seguinte resultado:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{21} \\ m_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{22} \\ m_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

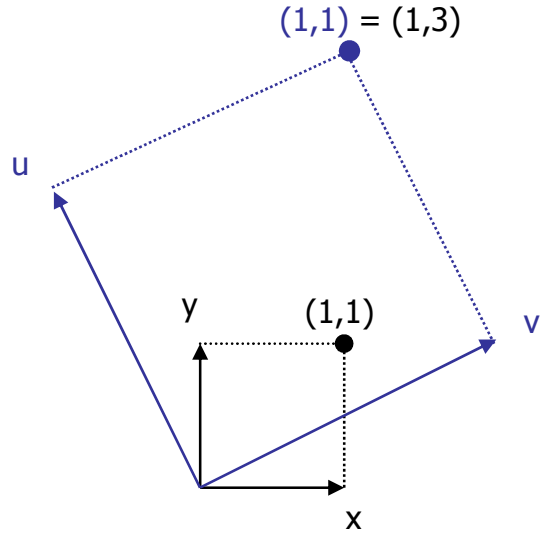
$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} m_{13} \\ m_{23} \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



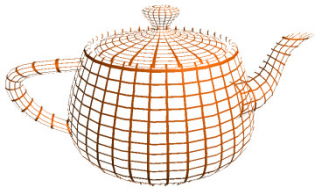
Transformações Geométricas

- Visualização de uma matriz 2D

$$M = [v \quad u] = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

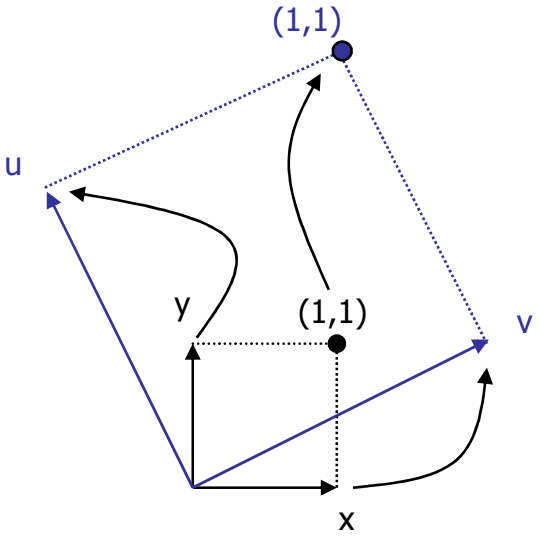


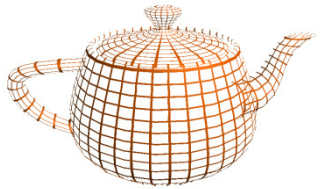
- O vector x é transformado no vector v, e o vector y é transformado no vector u



Transformações Geométricas

Vejamos o que acontece ao paralelograma formado pelos eixos de cada sistema





Transformações Geométricas

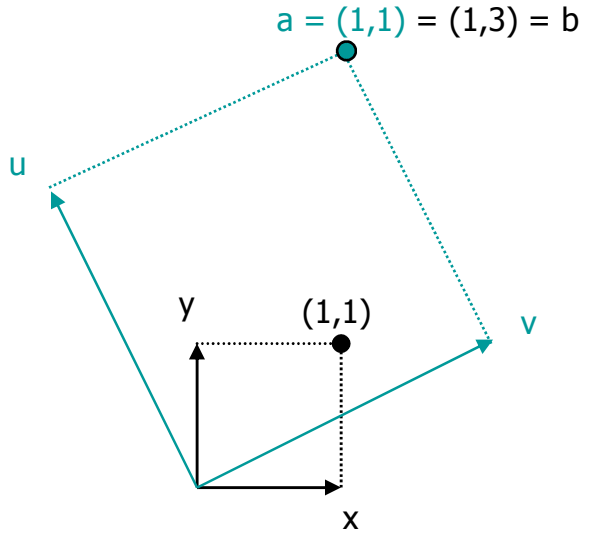
$$v = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} v & u \end{bmatrix}$$

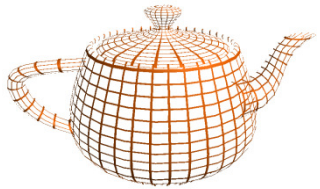
$$b = Ma$$

$$b = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$



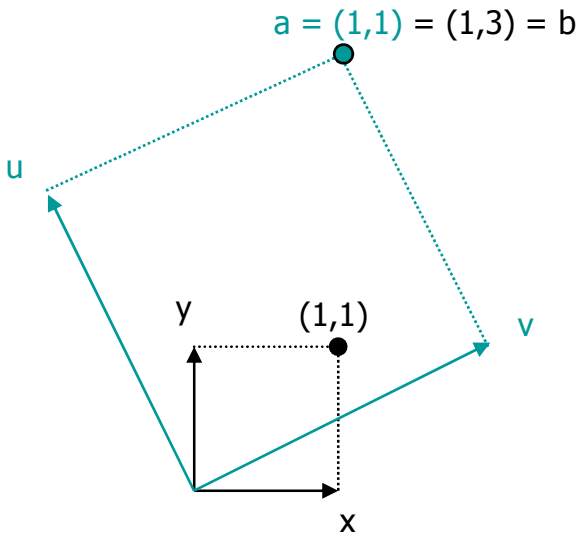
$$M^{-1}b = a$$

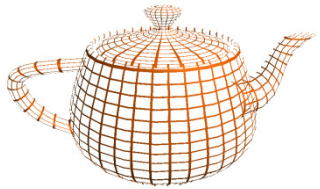
Uma matriz pode ser vista como uma transformação do sistema de coordenadas, ou como uma transformação de pontos (ou objectos).



Transformações Geométricas

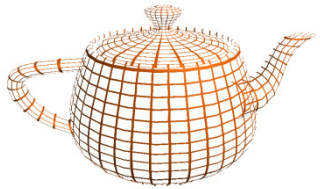
- Transformação de sistemas de coordenadas
  - Dado um ponto no sistema azul, a matriz M diz-nos quando vale esse ponto no sistema preto
  - Da mesma forma, dado um ponto no sistema preto, a matriz M^{-1} diz-nos quanto vale esse ponto no sistema azul
- Ou transformação de pontos no mesmo sistema de coordenadas
  - Dado um ponto no sistema preto, a matriz M transforma esse ponto num outro ponto preto: (1,1) é transformado em (1,3).





Transformações Geométricas

- Quais as vantagens de representar transformações de pontos através de matrizes?
  - Múltiplas transformações
    - $M_1\ M_2\ P = (M_1\ M_2)\ P =$
    - $M_{12}\ P$, sendo $M_{12} = M_1\ M_2$
  - Notação Standard para todas as transformações
  - Transformação Inversa é definida pela matriz inversa



Transformações Geométricas

- Escala

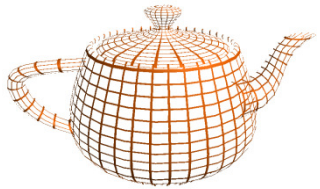
Para definir uma escala uniforme em todos os eixos definimos a seguinte matriz

$$P' = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix} P$$

Para definir uma escala não-uniforme atribuímos diferentes coeficientes na diagonal

$$P' = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} P$$

$$P = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ 0 & 1/b & 0 \\ 0 & 0 & 1/c \end{bmatrix} P'$$

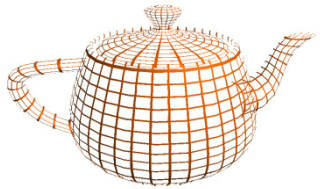


Transformações Geométricas

- Escala em OpenGL

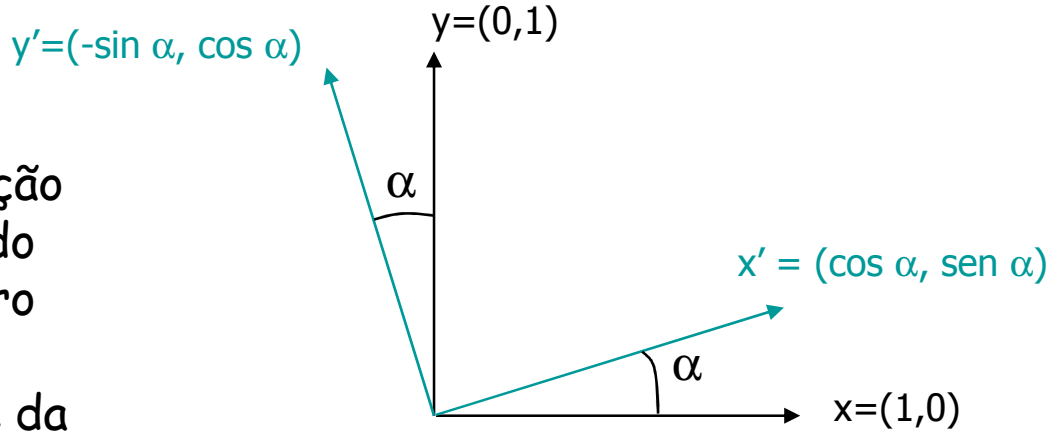
  - `glScaled(GLdouble x, GLdouble y, GLdouble z)`

  - `glScalef(GLfloat x, GLfloat y, GLfloat z);`

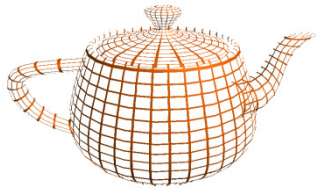


Transformações Geométricas

- Rotação
  - Para exprimir uma rotação de um ângulo α utilizando matrizes, vamos primeiro definir um sistema de coordenadas resultante da rotação dos eixos por α.



$$M = \begin{bmatrix} x' & y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$



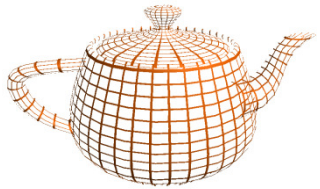
Transformações Geométricas

- Rotação 3D em torno dos eixos
  - A rotação inversa é obtida pela inversa da matriz

$$Rx(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$Ry(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$Rz(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



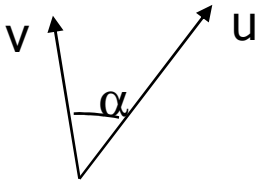
Transformações Geométricas

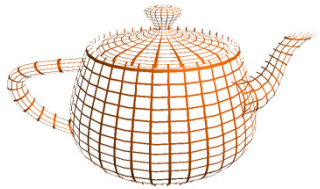
- Um conjunto de vectores (v1,...vn) forma uma base ortogonal se

$$\forall (i,j), i \neq j, v_i \bullet v_j = 0$$

$$v \bullet u = \sum_{i=1}^{3} v_i * u_i$$

$$v \bullet u = \| v \| \times \| u \| \times \cos(\alpha)$$





Transformações Geométricas

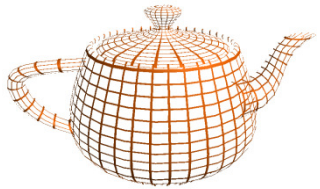
- Um conjunto de vectores (v1,…,vn) forma uma base ortonormal se

$$\forall (i,j), vi \bullet vj = \delta j$$

$$\delta j = \begin{cases} 1, i = j \\ 0, i \neq j \end{cases}$$

A definição apresentada implica que o conjunto forma uma base ortogonal, e que os vectores sejam unitários

$$\| v \| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



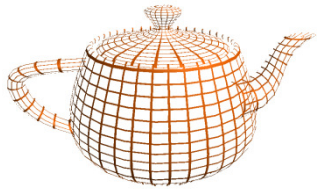
Transformações Geométricas

- Uma matriz cujos vectores coluna formem uma *base ortonormal* é uma *matriz ortogonal*

- Se M é ortogonal então

$$M^{-1} = M^{T}$$

- Uma rotação é definida por uma matriz ortogonal, logo a inversa de uma rotação é a transposta da matriz de rotação

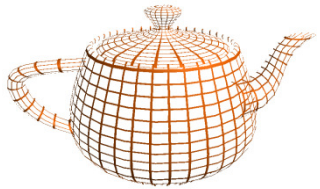


Transformações Geométricas

- Rotação em OpenGL

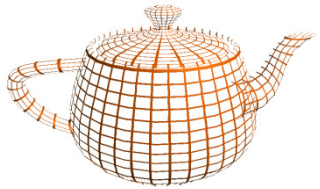
  - `glRotate{d,f}(ang,x,y,z);`

    - sendo ang o ângulo de rotação em graus;
    - e x,y,z o vector que define o eixo de rotação;



Transformações Geométricas

- Translação
  - A translação não pode ser expressa por uma matriz 3x3!
  - Sendo assim a execução de uma translação seguida de rotações ou escalas é definida da seguinte forma
    - P' = MP + T,
    - sendo M uma matriz invertível, e T uma translação.
  - Logo, aplicando novamente a sequência de operações acima definida ficaríamos com
    - P'' = M'P' + T' = M'(MP + T) + T' = (M'M)P + M'T + T'

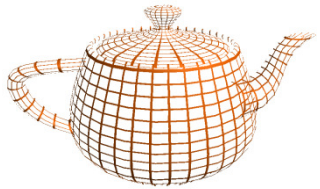


Transformações Geométricas

- Desta forma seria necessário guardar os resultados parciais para operações posteriores

$$P'' = M'P' + T' = M'(\underline{M}P + \underline{T}) + T' =$$
$$=(\underline{M'M})P + \underline{M'T} + \underline{T'}$$

- A solução está na utilização de matrizes 4x4.



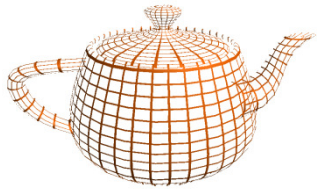
Transformações Geométricas

- Matrizes 4x4

$$F = \begin{bmatrix} M & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & Tx \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & Ty \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} & Tz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P' = MP + T = FP$$

Esta operação corresponde a uma translação seguida de uma rotação



Transformações Geométricas

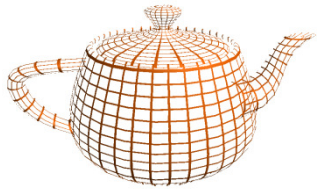
- Transformação inversa
  - rotação seguida de translação
  - duas maneiras diferentes de obter a matriz F^{-1}

$$P' = MP + T$$

$$P = M^{-1}P' - M^{-1}T$$

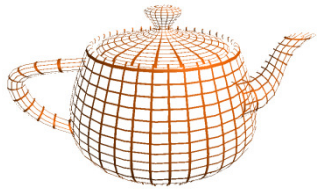
$$F^{-1} = \begin{bmatrix} M^{-1} & -M^{-1}T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M^{-1} & -M^{-1}T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Transformações Geométricas

- Translação em OpenGL
  - `glTranslate{d,f}(x,y,z);`

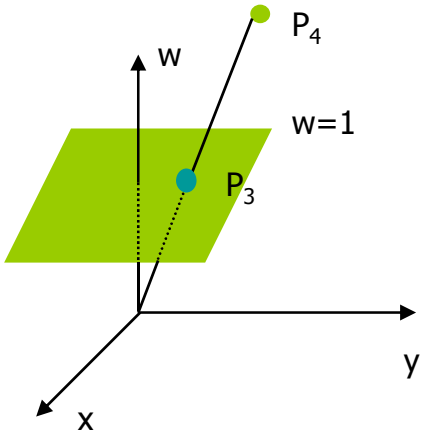


Transformações Geométricas

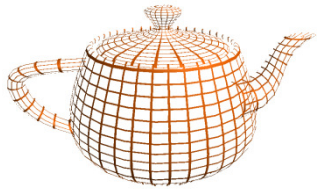
- Matrizes 4x4 => Pontos com 4 coordenadas
- Pontos com coordenadas distintas representam o mesmo ponto 3D
- O ponto 3D é obtido dividindo as três primeiras coordenadas pela última coordenada.
- Para vectores w = 0, porquê? (tip: diferença de pontos)

$$P_4 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

$$P_3 = \begin{bmatrix} x/w \\ y/w \\ z/w \end{bmatrix}$$



$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

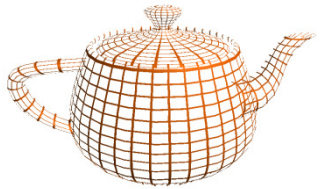


Transformações Geométricas

- As transformações mencionadas até agora permitem-nos posicionar os objectos no espaço global.

Demo!!!

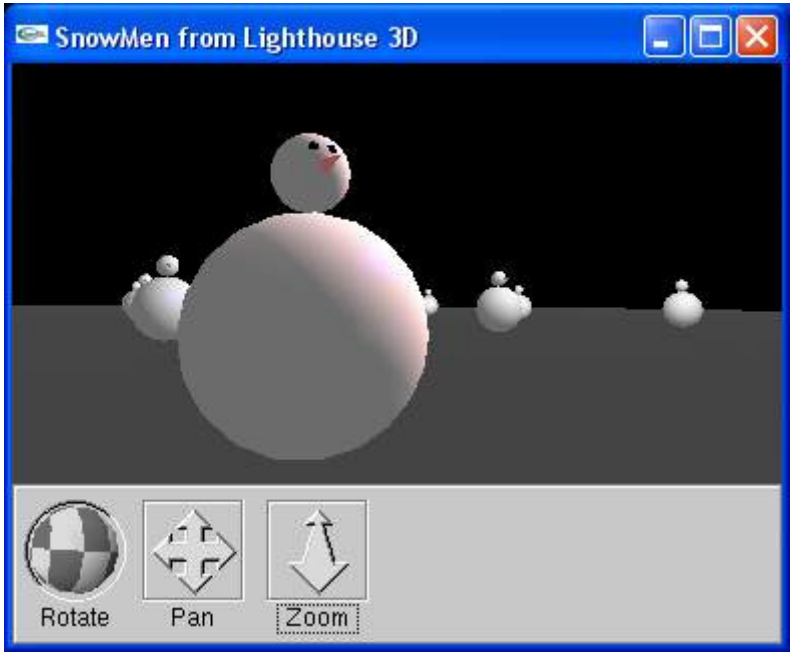
(transformações geométricas)

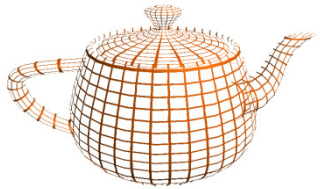


Transformações Geométricas

```
void drawSnowMan() {
          glColor3f(1.0f, 1.0f, 1.0f);

// Draw Body
          glTranslatef(0.0f ,0.75f, 0.0f);
          glutSolidSphere(0.75f,20,20);

// Draw Head
          glTranslatef(0.0f, 1.0f, 0.0f);
          glutSolidSphere(0.25f,20,20);

// Draw Eyes
          glPushMatrix();
          glColor3f(0.0f,0.0f,0.0f);
          glTranslatef(0.05f, 0.10f, 0.18f);
          glutSolidSphere(0.05f,10,10);
          glTranslatef(-0.1f, 0.0f, 0.0f);
          glutSolidSphere(0.05f,10,10);
          glPopMatrix();

// Draw Nose
          glColor3f(1.0f, 0.5f , 0.5f);
          glRotatef(0.0f,1.0f, 0.0f, 0.0f);
          glutSolidCone(0.08f,0.5f,10,2);
}
```

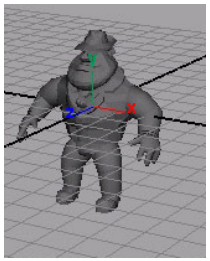
Modelar um boneco de neve com esferas e um cone

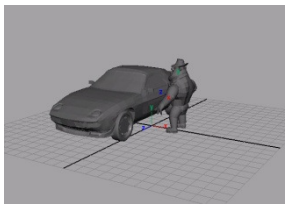




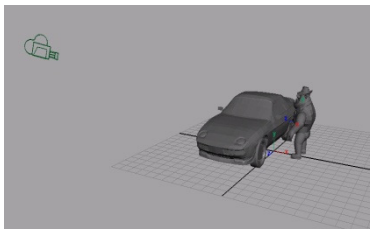
Transformações Geométricas

Object Space

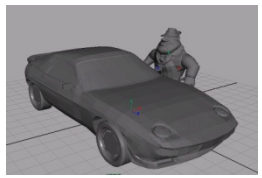




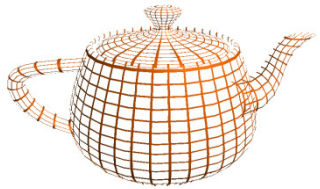
World Space



Camera Space

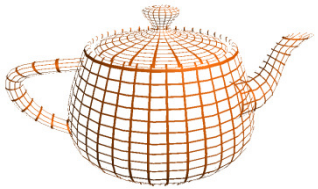


Screen Space



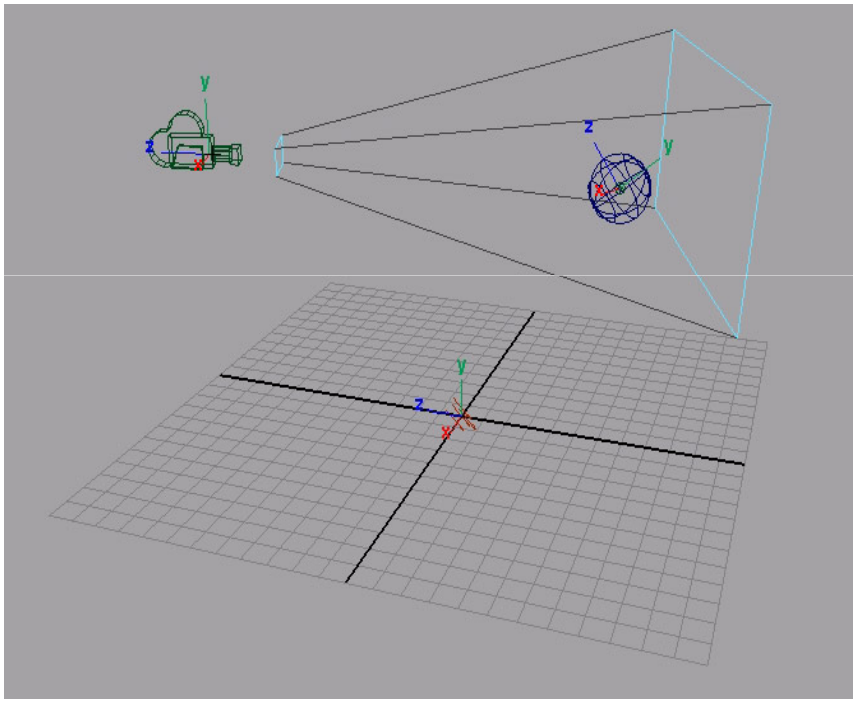
Transformações Geométricas

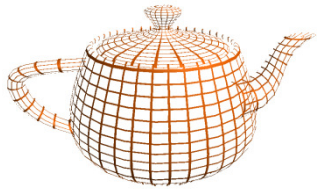
- Por omissão (em OpenGL) considera-se que a câmara se encontra na origem, a apontar na direcção do Z negativo.
- Como definir uma câmara com posição e orientação arbitrárias?
- Que dados são necessários para definir uma câmara?



Transformações Geométricas

- Dados para definir uma câmara:
  - posição
  - direcção
  - "este lado para cima"

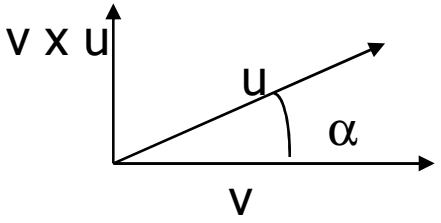




Transformações Geométricas

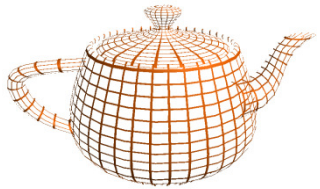
- Operações sobre a câmara:
  - Translação da câmara para *posição*
  - Orientação da câmara de acordo com os vectores especificados
- Podemos facilmente especificar os eixos do sistema de coordenadas da câmara. Assumindo que os vectores fornecidos se encontram normalizados:

  cz = -dir
  cx = cz x up (normalizar)
  cy = up



$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_y u_z - v_z u_y \\ v_x u_z - v_z u_x \\ v_x u_y - v_y u_x \end{bmatrix}$$

$$\| v \times u \| = \| v \| \times \| u \| \times \sin(\alpha)$$

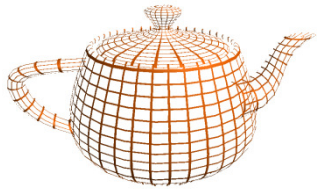


Transformações Geométricas

- Podemos então definir uma transformação linear que permita posicionar a câmara:

$$F = \begin{bmatrix} M & -Pos \\ o & 1 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} cx_1 & cy_1 & cz_1 \\ cx_2 & cy_2 & cz_2 \\ cx_3 & cy_3 & cz_3 \end{bmatrix}$$

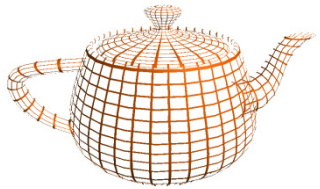


Transformações Geométricas

- A matriz F permite converter pontos do espaço da câmara para o espaço global.

- O que se pretende é exactamente o contrário, ou seja, pretende-se converter pontos do espaço global para o espaço da câmara.

- Solução: utilizar a transformação inversa!

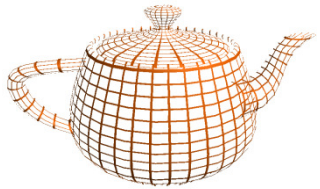


Transformações Geométricas

- F^{-1} permite passar do espaço global para o espaço da câmara

$$F^{-1} = \begin{bmatrix} M^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 & -T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} = M^T = \begin{bmatrix} cx_1 & cx_2 & cx_3 \\ cy_1 & cy_2 & cy_3 \\ cz_1 & cz_2 & cz_3 \end{bmatrix}$$



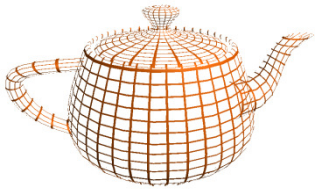
Transformações Geométricas

- Posicionamento da câmara em OpenGL

  - `gluLookAt(  posx, posy, posz,`
    `atx, aty, atz,`
    `upx, upy, upz)`

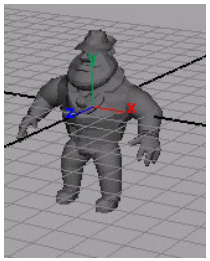
  sendo:

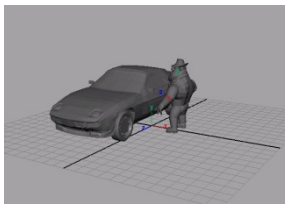
  pos – a posição da câmara
  at – um ponto para onde a câmara aponta
  up – a direcção do vector vertical



Transformações Geométricas

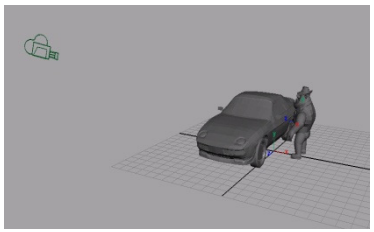
Object Space



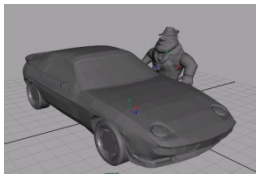


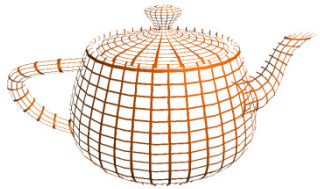
World Space

Camera Space



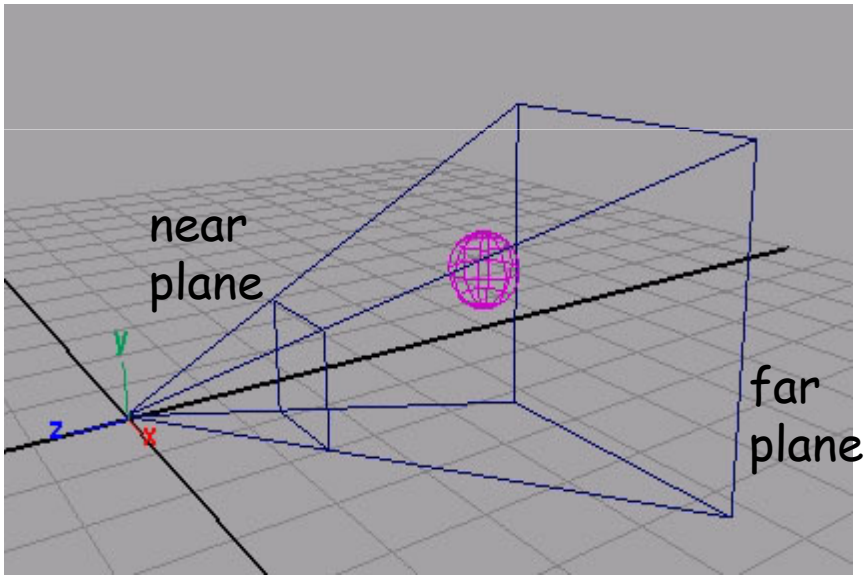
Screen Space



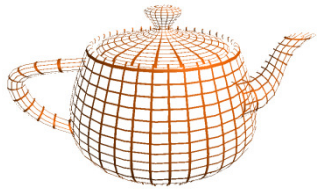


Transformações Geométricas

- Perspectiva - View Frustum
  - Pirâmide truncada que define a região visível



Em OpenGL o plano de projecção é o near plane

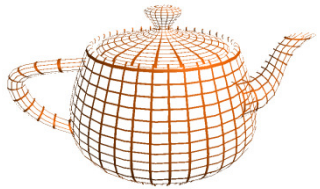


Transformações Geométricas

- O plano de projecção é um plano perpendicular ao eixo do Z, a uma distância *n* da origem
- A câmara encontra-se situada na origem, a apontar na direcção do eixo do Z negativo
- Calculo das projecções de um ponto 3D (*Px,Py,Pz*)(no espaço câmara) no plano de projecção

$$x = -\frac{n}{Pz} Px$$

$$y = -\frac{n}{Pz} Py$$



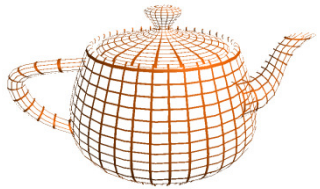
Transformações Geométricas

- Clip Space

  - O clip space é um espaço intermédio entre o espaço câmara e o espaço ecrã.

  - O view frustum é convertido para um cubo cuja gama de valores nas três coordenadas é [-1,1].

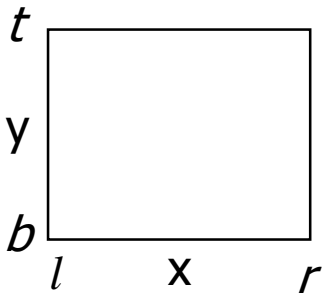
  - Desta forma, é extremamente simples determinar qual a geometria que se encontra dentro do view frustum.



Transformações Geométricas

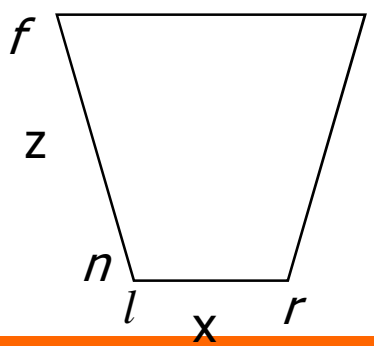
- O plano de projecção é definido pelos seus limites de variação em x = [l,r] e y = [t,b]

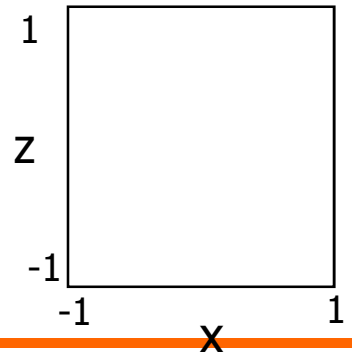
plano de projecção

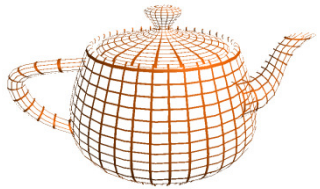


| ViewFrustum => Clip space

limites de variação de z = [n,f]

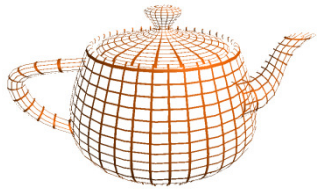






Transformações Geométricas

- Definição do Frustum em OpenGL
  - `glFrustum(left,right,bottom,top,near,far);`



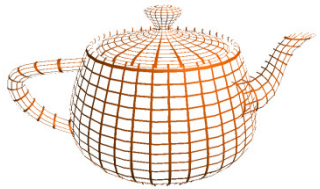
Transformações Geométricas

- O GLU fornece uma alternativa mais simpática:

  - `gluPerspective(fy, ratio, near,far);`

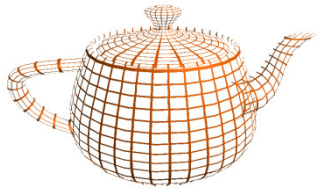
  - sendo
    - fy - ângulo de visão em y.
    - ratio - relação fovx/fovy

$$f_y = \frac{\arctan((top - bottom)}{2 * near}$$



Transformações Geométricas

- Projecção Ortográfica em OpenGL
  - `glOrtho(left,right,bottom,top,near,far);`



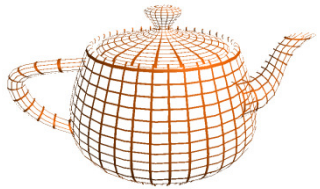
Transformações Geométricas

- Screen Space
  - Sejam xc e yc as coordenadas normalizadas em clip space de um ponto
  - As coordenadas da janela (wx,yw), ou viewport, com uma determinada *largura* e *altura* são definidas da seguinte forma:

$$xw = (xc+1)\frac{largura}{2}$$

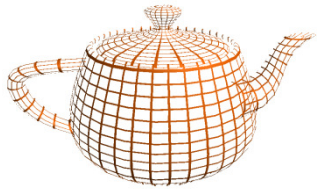
$$yw = (yc+1)\frac{altura}{2}$$

Nota: as coordenadas normalizadas em clip space implicam a divisão por *w*, ou seja -Pz



Transformações Geométricas

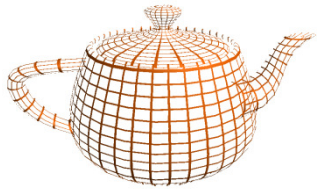
- Viewport em OpenGL
  - `glViewport(x,y,width,height);`



Transformações Geométricas

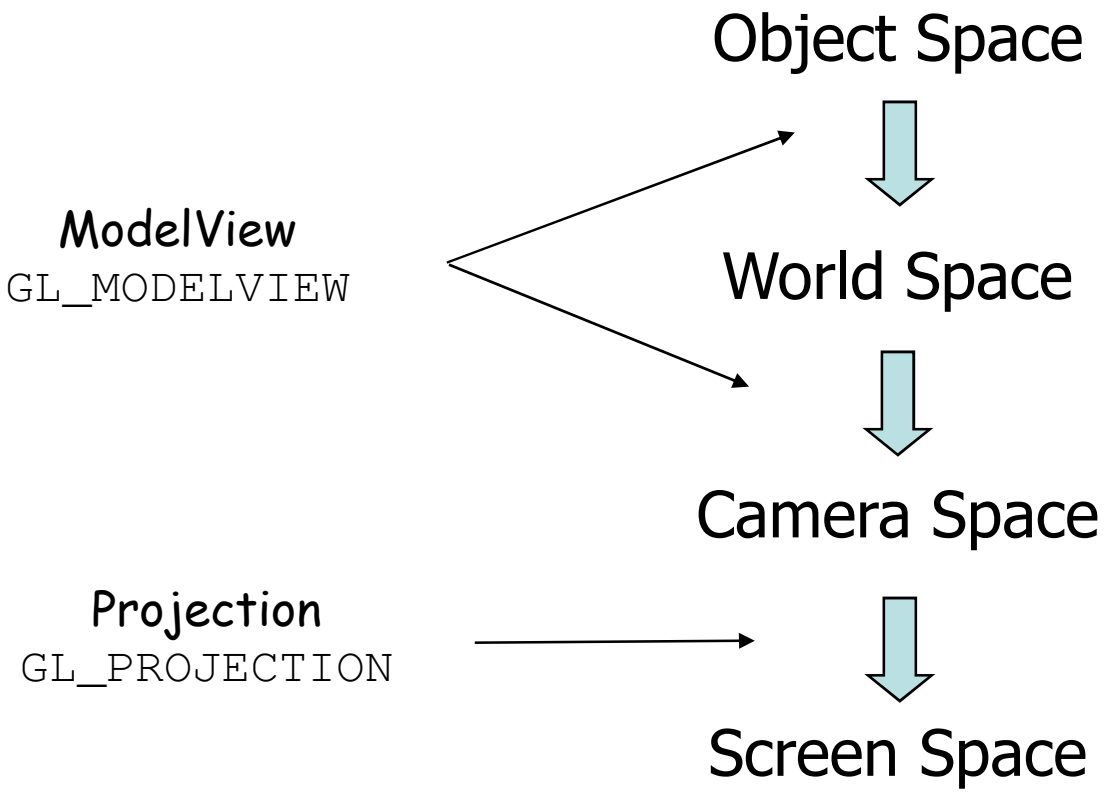
Demo

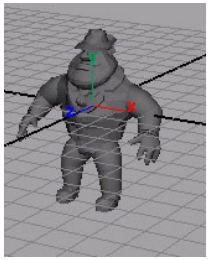
(projecções - Nate Robbins)

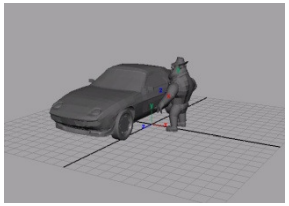


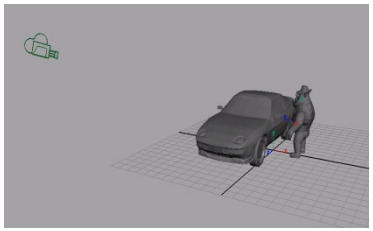
Transformações Geométricas

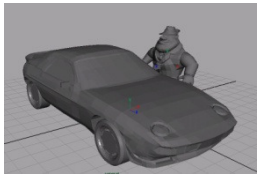
- Matrizes em OpenGL

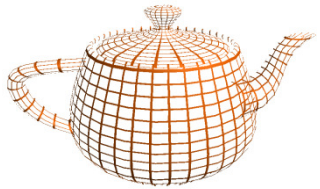










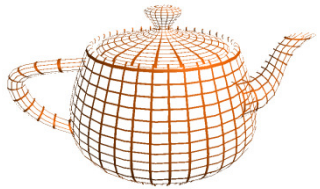


OpenGL

```
void changeSize(int w, int h) {

    // Prevent a divide by zero, when window is too short
    // (you cant make a window of zero width).
    if(h == 0)
          h = 1;
    float ratio = 1.0* w / h;

    // Set the viewport to be the entire window
     glViewport(0, 0, w, h);

    glMatrixMode(GL_PROJECTION);
    // Reset the coordinate system before modifying
    glLoadIdentity();

    // Set the correct perspective.
    gluPerspective(45,ratio,1,1000);

    glMatrixMode(GL_MODELVIEW);
}
```

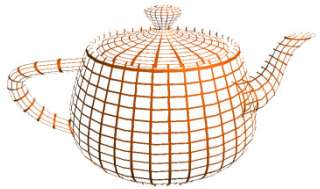
Setup da projecção

Necessário quando a janela sofre modificações, ou ao iniciar a aplicação



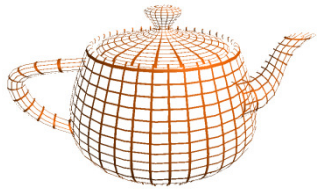
OpenGL

```
void renderScene(void) {

    glClear(GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT);

    glLoadIdentity();
    gluLookAt(0.0,0.0,5.0,
              0.0,0.0,0.0,
              0.0f,1.0f,0.0f);

    glRotatef(a,0.1,0);
    glutSolidTeapot(1);

    a++;
    glutSwapBuffers();
}
```



Buffers

- Color Buffer
  - O OpenGL permite ter 2 buffers distintos.
  - Em cada instante visualiza-se um buffer e escreve-se no outro.
  - No final da frame trocam-se os buffers.

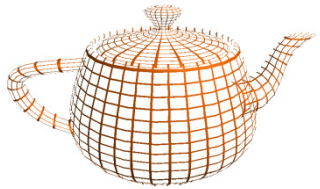


Buffers

- Color Buffer em OpenGL

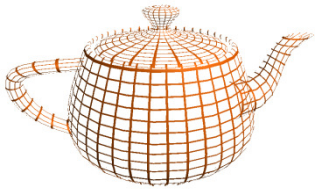
Demo single buffer!

  - Na inicialização
    - `glutDisplayMode(GLUT_DOUBLE | ...);`
  - No final de cada frame
    - `glutSwapBuffers();`



Buffers

- Depth Buffer ou Z-Buffer
  - Buffer que armazena os valores de Z dos pixels que já foram desenhados
  - Permite assim criar uma imagem correcta sem ser necessário ordenar e dividir polígonos

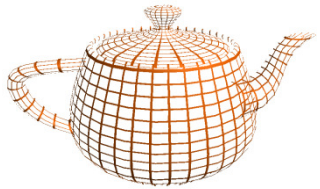


Buffers

Demo sem Z-Buffer!

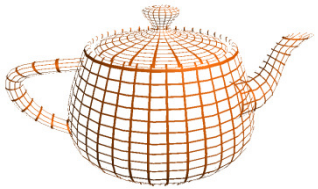
Demo com Z-Buffer!

- Depth Buffer em OpenGL
  - Na inicialização
    - `glutInitDisplayMode(GLUT_DEPTH | ... );`
    - `glEnable(GL_DEPTH_TEST);`
  - No início de cada frame
    - `glClear(GL_DEPTH_BUFFER_BIT | ...);`



Buffers

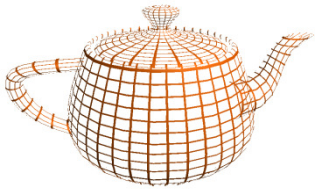
- limitações do Z-Buffer
  - número de bits determina precisão
  - Z-Buffer não é linear: mais detalhe perto do *near plane*
  - Muitos bits são usados para distâncias curtas



Buffers

- A precisão do Z-Buffer é definida por intervalos crescentes desde o near plane até ao far plane

- Exemplo (16 bits):
  - zNear = 1; zFar = 1000
  - z = 10 : intervalo 0.00152
  - z = 900 : intervalo 12.51

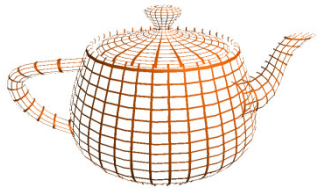


Buffers

- A precisão do Z-Buffer é dependente da relação entre o near plane e o far plane

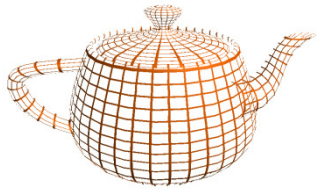
- Exemplo (16 bits):

  - zFar = 1000; z = 900
  - zNear = 1 : intervalo 12.51
  - zNear = 0.01: intervalo 143.25



Buffers

- Z-Buffer: mais bits => mais precisão
- Exemplo :
  - zFar = 1000; z = 900; zNear = 0.01
  - 24 bits: intervalo 0.483
  - 16 bits: intervalo 143.25



Referências

- Mathematics for 3D Game Programming & Computer Graphics, Eric Lengyel
- 3D Math Primer for Graphics and Game Development, Fletcher Dunn e Ian Parberry
- Interactive Computer Graphics: A Top Down Approach with OpenGL, Edward Angel
- OpenGL Reference Manual, OpenGL Architecture Review Board
- "Learning to love your z-buffer, http://sjbaker.org/steve/omniv/love_your_z_buffer.html